DESIGUALDADES

Introducción a los números reales

Sea IR el conjunto de números reales, provisto de dos operaciones; la adición (+), la multiplicación (×) y una relación de orden (<: menor que) que constituye el **Sistema de los Números Reales**.

IR : (+ , ×, <)
+ : adición
× : multiplicación
< : menor que

• Definición

Si "a" y "b" denotan al mismo número real, escribiremos: a = b (que se lee "a" igual a "b"). Una expresión de este tipo se llama igualdad.

• Axiomas de la Adición y Multiplicación

1. Ley de Clausura o Cerradura

(A1) $\forall$ a, b $\in$ IR : a + b $\in$ IR

(M1) $\forall$ a, b $\in$ IR : ab $\in$ IR

2. Ley Conmutativa

(A2) $\forall$ a, b $\in$ IR : a + b = b + a

(M2) $\forall$ a, b $\in$ IR : ab = ba

3. Ley Asociativa

(A3) $\forall$ a, b, c $\in$ IR : a + (b + c) = (a + b) + c

(M3) $\forall$ a, b, c $\in$ IR : a(bc) = (ab)c

4. Ley de la existencia y unicidad del Elemento Neutro

(A4) $\forall$ a $\in$ IR : $\exists$! 0 $\in$ IR / a+0 = 0+a = a

(M4) $\forall$ a $\in$ IR : $\exists$! 1 $\in$ IR / a.1 = 1.a = a

Observaciones:

0 : Neutro Aditivo
1 : Neutro Multiplicativo

5. Ley de la existencia y unicidad del Elemento Inverso

(A5) $\forall$ a $\in$ IR : $\exists$! (-a) $\in$ IR / a + (-a) = (-a) + a = 0

(M5) $\forall$ a $\in$ IR - {0} : $\exists$! $a^{-1} \in$ IR / a . $a^{-1} = a^{-1}$. a = 1

Observaciones:

(-a) : Inverso aditivo u opuesto

a^{-1} ó $\frac{1}{a}$: Inverso multiplicativo o recíproco.

6. Ley Distributiva

(D1) $\forall$ a,b,c $\in$ IR : a(b + c) = ab + ac (por la izquierda)

(D2) $\forall$ a,b,c $\in$ IR : (b + c)a = ba + ca (por la derecha)

* Axiomas de la Igualdad

1. Reflexiva: $\forall$ a $\in$ IR: a = a
2. Simétrica: $\forall$ a,b $\in$ IR: Si: a = b $\to$ b = a
3. Transitiva: $\forall$ a,b,c $\in$ IR: Si: a = b y b = c $\to$ a = c

• Teoremas Básicos de la Igualdad

1. Si: a = b; entonces: a + c = b + c, $\forall$ a,b,c $\in$ IR
2. Si: a = b; entonces: ac = bc, $\forall$ a,b,c $\in$ IR
3. Si: a . c = b . c; entonces: c = 0 ó a = b, $\forall$ a,b,c $\in$ R
4. a.0 = 0 , $\forall$ a $\in$ IR
5. a.b = 0 $\leftrightarrow$ a = 0 $\vee$ b = 0

* Relación de Orden

$$a < b \leftrightarrow b - a > 0$$

* Axioma de Tricotomía

$\forall$ a $\in$ IR se cumple una y solamente una de las siguientes relaciones:

$$a > 0 \text{ ó } a < 0 \text{ ó } a = 0$$

• Teoremas Básicos de la Desigualdad

1. $a < b \rightarrow a + c < b + c,\ \forall\ a,b,c \in IR$
2. $a < b \wedge c > 0 \rightarrow ac < bc,\ \forall\ a,b \in IR$
3. $a < b \wedge c < 0 \rightarrow ac > bc,\ \forall\ a,b \in IR$
4. $ab > 0 \leftrightarrow \{(a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)\}$ (signos iguales)
5. $ab < 0 \leftrightarrow \{(a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)\}$ (signos diferentes)
6. $\forall\ a \in IR - \{0\}$: a y a^{-1} presentan el mismo signo.

$$a > 0 \rightarrow \left(\frac{1}{a}\right) > 0$$

$$a < 0 \rightarrow \left(\frac{1}{a}\right) < 0$$

7. $a < b \rightarrow a^{2n-1} < b^{2n-1},\ \forall\ n \in IN$
8. $0 < a < b \rightarrow a^{2n} < b^{2n},\ \forall\ n \in IN$
9. $a < b < 0 \rightarrow a^{2n} > b^{2n},\ \forall\ n \in IN$
10. Si: $a < x < b \wedge ab < 0$ entonces $0 \leq x^2 < Max\ (a^2, b^2)$
11. Si: $a < b \wedge c < d$ entonces $a + c < b + d$
12. Si: $0 < a < b \wedge 0 < c < d$ entonces $ac < bd$
13. Si: $0 < a < b$ entonces $a < \frac{a+b}{2} < b$
14. Si: $0 < a < b$ entonces $a < \sqrt{ab} < b$

Observaciones:

$\frac{a+b}{2}$: se denomina MEDIA ARITMÉTICA.

$\sqrt{ab}$: se denomina MEDIA GEOMÉTRICA.

• Definición

Dados: $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n \in IR^+$, definimos:

MEDIA ARITMÉTICA: $M.A. = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n}{n}$

MEDIA GEOMÉTRICA: $M.G. = \sqrt[n]{a_1 . a_2 . a_3 . \ldots . a_n}$

MEDIA ARMÓNICA: $M.H. = \dfrac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots + \frac{1}{a_n}}$

• Teoremas

- En general para cantidades cualesquiera: $M.A. \geq M.G. \geq M.H.$
- Cantidades diferentes: $M.A. > M.G. > M.H.$
- Cantidades iguales: $M.A. = M.G. = M.H.$

15. Para dos números reales positivos "a" y "b".

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

16. Si: $0 < \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ entonces: $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$

Intervalos

Son conjuntos de números definidos mediante la relación de orden en el campo de los números reales y son de varias clases:

A. Intervalo cerrado:
[a;b] = {x $\in$ IR / a $\leq$ x $\leq$ b} en el cual se incluye a los extremos: a y b en la recta real.



B. Intervalo abierto:
<a; b> = {x $\in$ IR / a < x < b} en el cual no se incluye a los extremos a y b en la recta real.



C. Intervalos semiabiertos:
$[a; b> = \{x \in IR / a \leq x < b\}$



$<a; b] = \{x \in IR / a < x \leq b\}$



$<a; b] = \{x \in IR / a < x \leq b\}$

D. Intervalos infinitos:

$<a; \infty> = \{x \in IR / x > a\}$



$[a; \infty> = \{x \in IR / x \geq a\}$



$<- \infty; b> = \{x \in IR / x < b\}$



$<- \infty; b] = \{x \in IR / x \leq b\}$

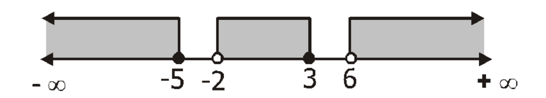


* Observaciones:

$IR = <- \infty ; + \infty>$
$IR^+ = <0; + \infty>$
$IR^- = <- \infty ; 0>$
$[a; a] = \{a\}$
$<a; a> = \phi$

* Ejemplo:

Expresar en forma de intervalo:

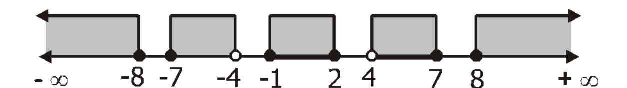


Resolución:

Del gráfico, se tiene:
$x \in <- \infty ; -5] \cup <-2; 3] \cup <6; + \infty >$

* Ejemplo:

Expresar en forma de intervalo:



Resolución:

Del gráfico:
$x \in <- \infty; -8] \cup [-7; -4> \cup [-1; 2] \cup <4;7] \cup [8;+\infty>$

Inecuaciones de primer grado con una incógnita

Es aquella que presenta la siguiente forma:

$$ax + b \gtrless 0$$

- **Solución de una inecuación**

Son todos los valores que satisfacen a la inecuación. La solución se da en forma de intervalo.

- **Principios fundamentales**

1. Si a ambos miembros de una inecuación se le suma o se le resta una misma cantidad el sentido de la desigualdad no se altera.

Si: $a > b$, entonces: $a + c > b + c$; $\forall \ a ; b ; c \in IR$

2. Si a ambos miembros de una inecuación se multiplica por una misma cantidad mayor que cero el sentido de la desigualdad se mantiene.

Si: $a > b$, entonces: $ac > bc$; $\forall \ c > 0$

Si la cantidad por la cual se multiplica es menor que cero, el sentido de la desigualdad se invierte.

Si: $a > b$, entonces: $ac < bc$; $\forall\ c < 0$

3. El principio anterior se cumple para la división:

Si: $a > b$, entonces: $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$; $\forall\ c > 0$

Si: $a > b$, entonces: $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$; $\forall\ c < 0$

4. Si dos inecuaciones tienen el mismo sentido, se pueden sumar miembro a miembro y el sentido de la desigualdad no se altera, esto es:

$$\begin{array}{ll} \text{si:} & a > b \\ & c > d \\ \hline \text{entonces:} & a + c > b + d \end{array}$$

5. Si: $a < b$, entonces: $b > a$

6. Si: $a < x + c < b$, entonces: $a - c < x < b - c$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resolver:

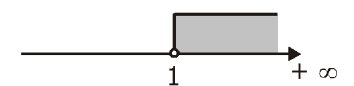
$$\frac{3x}{5} - \frac{7}{10} - \frac{x}{20} > \frac{1}{5} - \frac{7x}{20}$$

Resolución:

El MCM de todos los denominadores es 20, luego:
$4(3x) - 2(7) - x > 4(1) - 7x$
$12x - 14 - x > 4 - 7x$
transponiendo términos:
$12x - x + 7x > 4 + 14$
$18x > 18$

$$x > \frac{18}{18}$$

$x > 1$
$x \in \langle 1;+\infty\rangle$



2. Resolver: $3 - x \leq 5 + 3x$

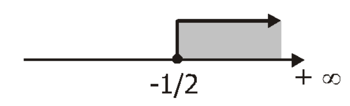
Resolución:

A un lado la variable y al otro los números:

$-x - 3x \leq 5 - 3$
$-4x \leq 2$

Al dividir a ambos miembros por -4, el sentido de la desigualdad se invierte. Esto es:

$$\frac{-4x}{-4} \geq \frac{2}{-4} \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$



$$x \in \left[-\frac{1}{2}\ ;+\infty\right\rangle$$

Otra forma

Para resolver: $3 - x \leq 5 + 3x$, llevamos las "x" al segundo miembro, observe:

$3 - 5 \leq 3x + x$
$-2 \leq 4x \Rightarrow 4x \geq -2$

luego:

$$x \geq -\frac{2}{4}$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$

$$x \in \left[-\frac{1}{2}\ ;+\infty\right\rangle$$

3. Resolver: $13 \geq -3 + 2x \geq 5$

Resolución:

$13 \geq -3 + 2x \geq 5 \Rightarrow 13 + 3 \geq 2x \geq 5 + 3$
$\Rightarrow 16 \geq 2x \geq 8$

$$\Rightarrow \frac{16}{2} \geq x \geq \frac{8}{2}$$

$\Rightarrow 8 \geq x \geq 4$
$\Rightarrow 4 \leq x \leq 8$
$\therefore x \in [4;8]$

4. Resolver:

$5x - 3y > 2$ .... (I)
$2x + y < 11$ .... (II)

$y + \frac{1}{2} > \frac{37}{10} - \frac{1}{5}$ .... (III)

Resolución:

De la inecuación III:

$$y > \frac{37}{10} - \frac{1}{5} - \frac{1}{2} \rightarrow y > \frac{37-2-5}{10}$$

$$\rightarrow y > \frac{30}{10} \Rightarrow y > 3 \text{ .... } (\alpha)$$

Multiplicando a la primera inecuación por 2 y a la segunda inecuación por -5, se tiene:

$$\begin{array}{rcrcr} 10x & - & 6y & > & 4 \\ -10x & - & 5y & > & -55 \\ \hline & & -11y & > & -51 \end{array}$$

$$y < \frac{51}{11} \text{ .... } (\beta)$$

De (α) y (β) se tiene: $3 < y < 4,6 \rightarrow \therefore y = 4$

en (I):

$5x > 2 + 3(4)$
$5x > 14$

$x > \frac{14}{5} \rightarrow x > 2,8$

en (II):

$2x < 11 - 4 \Rightarrow 2x < 7$
$x < 3,5$

como: $2,8 < x < 3,5 \Rightarrow x = 3$

finalmente: $x = 3; y = 4$

APLICACIONES

Resolver las siguientes inecuaciones:

1. $\frac{2x-1}{5} + \frac{3x-2}{6} > \frac{2x+1}{2} + \frac{2}{3}$

a) <-∞;17> b) <-∞; -17> c) <-∞; 2>
d) <-∞;3> e) <-∞; 5>

2. $\frac{5x-1}{4} - \frac{3x-13}{10} > \frac{5x+1}{3}$

a) <0;2> b) <0;3> c) <-∞;1>
d) <0;4> e) <0;5>

3. Dar el menor valor impar.

$$\frac{\frac{x}{2}+\frac{x}{3}}{\frac{1}{4}-\frac{1}{5}} > \frac{\frac{x}{4}+\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 7 e) 9

4. $m - nx \geq px - q$; si: $p + n < 0$

a) $x \leq \frac{m+q}{p+n}$ b) $x \geq \frac{m+q}{p+n}$

c) $x \leq \frac{m+n}{p+n}$ d) $x \geq \frac{m+n}{p+q}$

e) $x \geq 1$

5. Si: $x \in <2;4>$, entonces: $\frac{1}{2x+3}$ pertenece al intervalo:

a) [7;11] b) $\left[\frac{1}{7};\frac{1}{11}\right]$ c) $\left\langle\frac{1}{11};\frac{1}{7}\right\rangle$

d) <7;11> e) $\left\langle \frac{1}{7} ; \frac{1}{11} \right\rangle$

Inecuaciones de Segundo Grado

Forma:

$ax^2 + bx + c > 0$

* **Resolución por factorización: (Puntos críticos)**

1. Se factoriza el polinomio mediante un aspa simple.

2. Se hallan los puntos críticos, igualando cada factor a cero y se ubican en la recta numérica o eje de coordenadas.

3. De derecha a izquierda se ubican los signos más (+) y menos (-) en forma alternada en cada intervalo.

4. Luego, si: $P_{(x)} \geq 0$ se tomarán los intervalos (+) positivos y si: $P_{(x)} < 0$ se tomarán los intervalos negativos.

* Ejemplo:

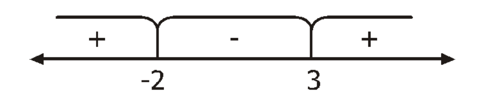
Resolver: $x^2 - x - 6 \leq 0$

Primer paso, factorizar:

$x^2 - x - 6 \leq 0$
x -3
x 2

Segundo paso, puntos críticos:
$x - 3 = 0 \wedge x + 2 = 0$
P.C. = {3; -2}

Tercer paso, ubicamos los puntos críticos en la recta numérica y hacemos la distribución de signos:



Cuarto paso, como: $P_{(x)} \leq 0$, tomamos el intervalo negativo. Entonces: $x \in [-2; 3]$

EJERCICIOS RESUELTOS

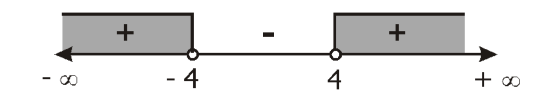
1. Señalar (V) ó (F):

I. $x^2 > 16 \rightarrow$ C.S.: <4; ∞>
II. $x^2 \leq 4x \rightarrow$ C.S.: <- ∞ ; 4>
III. $(x - 3)(x - 5) < 0 \rightarrow$ C.S.: <3; 5>

a) VVV b) FFF c) VFF
d) VVF e) FFV

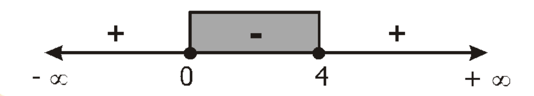
Resolución:

I. $x^2 > 16 \rightarrow x^2 - 16 > 0 \rightarrow (x + 4)(x - 4) > 0$



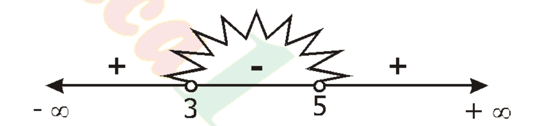
C.S.: <- ∞ ; - 4> ∪ <4; ∞>

II. $x^2 \leq 4x \rightarrow x^2 - 4x \leq 0 \rightarrow x(x - 4) \leq 0$



C.S.: [0; 4]

III. $(x - 3)(x - 5) < 0$



C.S.: <3; 5>

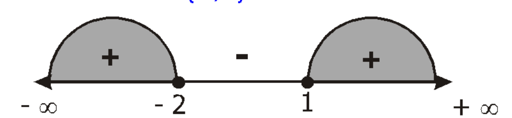
Rpta: FFV

2. Resolver:
$(x + 1)(x + 2)(x + 3) \geq x^3 + 5x^2 + 10x + 8$

Resolución:

$x^3 + 6x^2 + 11x + 6 \geq x^3 + 5x^2 + 10x + 8$
$x^2 + x - 2 \geq 0$
x + 2
x - 1
$(x + 2)(x - 1) \geq 0$

Puntos críticos {-2; 1}



$\rightarrow$ C.S: $<-\infty ; -2] \cup [1; \infty>$

3. Después de resolver, indique el menor entero que verifica: $2(x+8)(x-5) \geq x(x+5)+x^2$

Resolución:

Efectuando:

$2(x^2+3x-40) \geq x(x+5)+x^2$
$2x^2+6x-80 \geq x^2+5x+x^2$
$x \geq 80 \rightarrow \therefore$ el menor valor entero es 80

4. Resolver: $x^8-2x^4+1 \leq 0$
Indicando la suma de valores que la verifican.

a) 1 b) -1 c) 0
d) 4 e) 2

Resolución:

Operando: $x^8-2x^4+1 \leq 0$

$$\underbrace{(x^4-1)^2}_{(+)} \leq 0$$

La única solución:

$x^4-1=0 \rightarrow (x^2+1)(x^2-1)=0$
$\rightarrow (x^2+1)(x+1)(x-1)=0$
$\therefore x=-1 \;;\; x=1$
$\rightarrow$ Suma de valores "cero".

5. Marcar (V) ó (F) en:

$\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ ..... ( ) $a^2 < b^2$ ..... ( )

Si: $a \in R^+$ y $-b \in R^+$

a) VV b) VF c) FV

d) FF e) N.A.

Resolución:

$a > 0$
$-b > 0 \rightarrow b < 0$

I. $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ .... (V)
(-) (+)

II. $a^2 < b^2$ ...... (F)
porque si: $a=4$; $b=-1$
$16 < 1$, falso

PRIMERA PRACTICA

NIVEL 1

1. Resolver: $x^2-x-6 \geq 0$; dar el intervalo solución.

a) $<-\infty; 2] \cup <3 ; +\infty>$
b) $<-\infty; 2] \cup [3 ; +\infty>$
c) $[2; 3]$
d) $<3 ; +\infty>$
e) $<-\infty; 2>$

2. Resolver: $3x^2-11x+6<0$, su intervalo solución será:

a) $<\frac{2}{3} ; 3>$
b) $<-\infty; \frac{2}{3}> \cup <3; +\infty>$
c) $[\frac{2}{3} ; 3]$
d) ϕ
e) $<3; +\infty>$

3. Resolver: $x^2 \leq 9$, dar su intervalo solución.

a) $[-3; 3]$
b) $<-\infty ; -3] \cup [3 ; +\infty>$
c) $\mathbb{R}$
d) ϕ
e) $<-3; 3>$

4. Resolver: $x^2 > 3$, dar un intervalo de su solución.

a) $<-3 ; 3>$
b) $<\sqrt{3} ; \infty>$
c) $<3 ; +\infty>$
d) $\mathbb{R}$
e) ϕ

5. Resolver: $x^2-4x+1<0$, dar un intervalo de su solución.

a) $<-\infty ; 2+\sqrt{3}>$
b) $<2-\sqrt{3} ; 2+\sqrt{3}>$
c) $\mathbb{R}$
d) Hay dos respuestas
e) ϕ

6. Resolver: $x^2-2x-1 \geq 0$, dar un intervalo de su solución.

a) $[1+\sqrt{2}\,;+\infty>$ b) $[1-\sqrt{2}\,;\,1+\sqrt{2}\,]$
c) $<-\infty\,;1-\sqrt{2}>$ d) IR
e) ϕ

7. Resolver: $3x^2 - 2x - 5 < 0$; dar un intervalo de su solución.

a) $<-\infty\,;-1>$ b) $<\frac{5}{3};+\infty>$ c) $<-1;\frac{5}{3}>$
d) ϕ e) R

8. Resolver: $x^2 - 6x + 25 < 11$

a) $<3\,;+\infty>$ b) $<-5\,;+\infty>$ c) ϕ
d) R e) IR^+

9. Resolver: $(x - 3)^2 \leq 0$

a) R b) $[3\,;+\infty>$ c) $<-\infty;3]$
d) 3 e) ϕ

10. Resolver: $x^2 - 8x + 8 > 4 - 4x$

a) $[2\,;+\infty>$ b) $<-\infty;2>$ c) $<2\,;+\infty>$
d) IR - {2} e) ϕ

NIVEL 2 :

1. Hallar los valores de "m", para que la ecuación cuadrática: $(m + 3)x^2 - 2mx + 4 = 0$ tenga soluciones reales.

a) $<-\infty\,;-2> \cup <6\,;+\infty>$
b) $<-2\,;6>$
c) $<-6\,;2>$
d) $<-\infty\,;-6> \cup <2\,;+\infty>$
e) ϕ

2. Halle el mayor valor de "k", si: $x^2 - 12x + 40 \geq k$ satisface: $\forall\ x \in IR$

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

3. Resolver: $(x - 2)^2 \leq 16$

a) $<-\infty\,;-2] \cup [6\,;+\infty>$
b) $<-2;6>$
c) $[-2;6]$
d) IR
e) ϕ

4. Si el intervalo solución de: $5(x + 1)^2 - 3(x - 1)^2 > 12x + 8$ es: $<-\infty;a> \cup <b;+\infty>$. Hallar "a - b"

a) -5 b) 12 c) -4
d) -2 e) 10

5. Sea la inecuación cuadrática: $x^2 - mx + p \leq 0$ cuya solución es: $x \in [2;4]$, indique: $\frac{p-m}{2}$

a) 1 b) -1 c) 2
d) -2 e) 3

6. Resolver el sistema: $x^2 - 11x + 24 < 0$
$x^2 - 9x + 20 > 0$
dar como respuesta el número de valores enteros que la verifican.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. Resolver: $x^2 + ab \leq (a + b)x$; $a < b < 0$

a) $x \geq a$ b) $x \geq b$ c) $b \leq x \leq a$
d) $a \leq x \leq b$ e) $x \geq a + b$

8. Resolver:

$$x(x-5)+\frac{3}{x-6} < (x-4)(x-1)+\frac{3}{x-6}$$

a) ϕ b) R c) 6
d) $x \in IR - \{6\}$ e) $<3;+\infty>$

9. Hallar el número "M", con la propiedad que $\forall\ x \in IR$.
$1 + 6x - x^2 \leq M$

a) 8 b) 11 c) 9
d) 12 e) 10

10. Sea la inecuación cuadrática: $ax^2 + (a + 3)x + 4 \leq 0$ si su conjunto solución es unitario, indique el menor valor de "a".

a) 9 b) - 1 c) 1
d) - 9 e) 0

NIVEL 3 :

1. Sea el sistema de inecuaciones:

$$x^2 - 8x - 9 \leq 0$$
$$x \leq a$$

si su conjunto solución es unitario, indique el valor de "a".

a) 8 b) 8,5 c) 9
d) -1 e) 7

2. El conjunto solución de: $ax^2 + bx + c < 0$

$a > 0$, es: $<-2; \frac{3}{5}>$. Hallar "a.b.c" , $\{a, b, c\} \subset \mathbb{Z}$.

a) -210 b) -180 c) -120
d) 180 e) 210

3. Al resolver el sistema:
$x^2 + x + 1 \leq x + 50 < x^2 - 3x + 50$
su solución es: $[a; b> \cup <c; d]$
indique: $M = ac - b - d$

a) -28 b) -35 c) 0
d) 19 e) 21

4. La inecuación cuadrática: $x^2 + ax + b > 0$
$\{a, b\} \subset \mathbb{Z}$, tiene como conjunto solución:
$\mathbb{R} - [1 - \sqrt{5}\ ; 1 + \sqrt{5}\ ]$; Hallar: $a^2 - b^3$

a) 4 b) 64 c) 68
d) 60 e) 65

5. Hallar "a", para que el sistema:
$2x^2 + 3x - 9 < 0$
$2x^2 - 3x - 5 < 0$
$x > a$
tenga solución única en $\mathbb{Z}$.

a) -0,3 b) 0,2 c) 1,2
d) -1,3 e) 2

6. Resolver: $ax + bx^2 \leq a + bx$; $b < a < 0$

a) $<1; \frac{a}{b}>$

b) $<-\infty; 1> \cup <\frac{a}{b}; +\infty>$

c) $<1; \frac{b}{a}>$

d) $<-\infty; 1> \cup <\frac{b}{a}; +\infty>$

e) $<-\infty; -\frac{a}{b}] \cup [1; +\infty>$

7. Resolver: $x^2 + 18 < 9x$
$x^2 > 2x$

a) $<3; 6>$ b) $<2; 4>$ c) $<-1; 4>$
d) $<6; 9>$ e) ϕ

8. Sean los conjuntos:
$A = \{x \in \mathbb{R} \ / \ x^2 - x - 2 \geq 0\}$
$B = \{x \in \mathbb{R} \ / \ x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$
Hallar: $A \cap B$

a) $[2; 5] \cup \{-1\}$
b) $[-1; 2] \cup [5; +\infty>$
c) $<-\infty; -1] \cup [2; 5]$
d) $[2; 5]$
e) N.A.

9. Del problema anterior, hallar: $A \cup B$

a) $<-\infty; +\infty>$ b) $<-\infty; 5]$ c) $<-\infty; -1]$
d) $<-\infty; 2]$ e) N.A.

10. Del problema 8, hallar: $(A' \cap B')$

a) $\{-1\}$ b) $<2; 5>$ c) $<-1; 5>$
d) ϕ e) N.A.

COMPLEMENTO

1. Hallar el C.S. de: $x^2 - x - 6 \leq 0$

a) $x \in [3; \infty>$ b) $x \in [-2; 3]$ c) $x \geq 0$
d) $x \in <-\infty; 0]$ e) $x \in [2; \infty>$

2. Hallar el C.S. de: $x(x + 1)(x - 3) > 0$

a) $x \in <-\infty; 0> \cup <2; \infty>$
b) $x \in <-1; 0> \cup <3; \infty>$
c) $x \in <0; \infty>$
d) $x \in <3; \infty>$
e) N.A.

3. Hallar el C.S. de: $x^2 - 4x + 1 < 0$